УДК 621.391

А.В. ИВАШКО, канд. техн. наук, ***Д.А. ЛУНИН, В.В. ПЕРЕХОД,***
(г. Харьков)

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПЛИС-РЕАЛИЗАЦИЙ УСТРОЙСТВ ОЦЕНИВАНИЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

У статті розглянута ПЛІС-реалізація швидкодії алгоритмів обчислення автокореляційних функцій на основі теоретико-числових перетворень. Проведено аналіз складності реалізованих алгоритмів. Представлено результати аналізу швидкодії й долі використання кристала залежно від порядку моделі. Визначено перспективи подальших досліджень.

EPLD-realization of the processing speed of autocorrelated algorithms based on the number-theoretic transforms are considered in the article. Complexity analysis of these algorithms is realized. The results of processing speed analysis and the chip utilization are presented. Further studies subjects are discussed.

Спектральный анализ – это один из методов обработки сигналов, который позволяет охарактеризовать частотный состав измеряемого сигнала. Он широко применяется при решении задач технической и медицинской диагностики, в обработке сигналов в реальном масштабе времени, например для задач анализа аудио, речевых, мультимедийных сигналов.

Анализ литературы показал, что в настоящее время существует большое количество алгоритмов, которые так или иначе решают основную задачу спектрального анализа: оценивание спектральной плотности мощности, с тем, чтобы по полученному результату судить о характере обрабатываемого сигнала. Классические методы имеют широкую область применения, но проигрывают авторегрессионным и методам, основанным на собственных значениях, по качеству оценивания. Но в реальном масштабе времени использование последних затруднено из-за вычислительной сложности. Основной и наиболее трудоемкой частью многих алгоритмов спектрального анализа, таких, как коррелограммный и алгоритм Юла-Уолкера, является вычисление автокорреляционных функций (АКФ) сигнала.

В матричном виде соотношения Юла-Уолкера выглядят следующим образом:

$$\begin{bmatrix} R_{xx}[0] & R_{xx}[-1] & \dots & R_{xx}[-p] \\ R_{xx}[1] & R_{xx}[0] & \dots & R_{xx}[0] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{xx}[p] & R_{xx}[-p] & \dots & R_{xx}[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a[1] \\ \dots \\ a[p] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

Таким образом, если задана автокорреляционная последовательность для

$0 \le m \le p$, то АР-параметры можно найти в результате решения матричного соотношения (называемого нормальными уравнениями Юла-Уолкера), где автокорреляционная матрица является и теплицевой, и эрмитовой.

Вычисление оценок АКФ входного сигнала является наиболее трудоемким этапом расчета (2):

$$r_{xx}[m] = \frac{1}{N-m} \sum_{i=0}^{N-m-1} x_i \cdot x_{i+m} \cdot D. \quad (2)$$

При анализе реальных сигналов, для которых число отсчетов составляет несколько тысяч, а порядок модели достигает нескольких сотен, число умножений может достигать недопустимо больших значений, особенно в реальном масштабе времени. Известны алгоритмы расчета АКФ через два быстрых преобразования Фурье [1]. Их недостатком является необходимость расчета комплексных преобразований и наличие ошибок округления.

Поэтому были разработаны так называемые теоретико-числовые преобразования (ТЧП), у которых промежуточные результаты вычислений принимают только квантованные (целые) значения. При их вычислении все расчеты производятся над конечным полем $GF(p)$, где p – простое число.

Схема вычисления АКФ с помощью ТЧП преведена на рис. 1:

Рис. 1. Вычисление АКФ с помощью ТЧП

ТЧП последовательности x_i, $i = 0 \ldots N-1$ определяется следующим образом:

$$X_k = \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot g^{ik} (\mathrm{mod}\ p), \quad (3)$$

где модуль p и длина последовательности N не имеют общих сомножителей, а g выбирается так, чтобы выполнялось условие:

$$g^N = 1 (\mathrm{mod}\ p), \quad (4)$$

Обратное ТЧП определяется как:

$$x_i = N^{-1} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot g^{-ik} (\mathrm{mod}\ p). \quad (5)$$

где $(1 - g^k)$ является взаимно простым с M для всех k, за исключением тех, которые сравнимы с 0 по модулю N.

Если все значения отсчетов АКФ будут меньше модуля p, то результат будет верным, несмотря на промежуточные переполнения. В случае же, когда

результат превышает значение модуля p, восстановить верное значение АКФ можно по китайской теореме об остатках [3].

Трудоемкость вычисления ТЧП пропорциональна квадрату размерности N и быстро растет с ее увеличением. Поэтому были разработаны алгоритмы быстрого ТЧП [4], число операций, для которых пропорционально $N \log_2 N$, что позволяет обеспечить значительную экономию при больших N.

Цель статьи заключается в сравнении сложности и анализе быстродействия ПЛИС-реализации различных алгоритмов ТЧП.

Для аппаратной реализации были выбраны программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС). Описание моделей алгоритмов выполнялось на языке VHDL, который обеспечивает компактную запись для проектируемой схемы, дает значительное сокращение трудоемкости и сроков разработки больших схем.

Моделирование алгоритма нахождения автокорреляции велось с применением программного пакета *Active-HDL* 6.1. Синтез *HDL*-кода выполнялось при помощи пакета *FPGA Express*, который транслирует и оптимизирует описание на *HDL*-коде на вентильном уровне. Реализация синтезированного кода на ПЛИС велась в пакете системы проектирования *Altera Maxplus* II 10.1 *BASELIN*, в результате чего была получена оценка быстродействия и степень использования ПЛИС.

Построение ПЛИС-моделей алгоритмов вычисления АКФ с использованием ТЧП позволило получить результаты, представленные на рис. 2 и рис. 3.

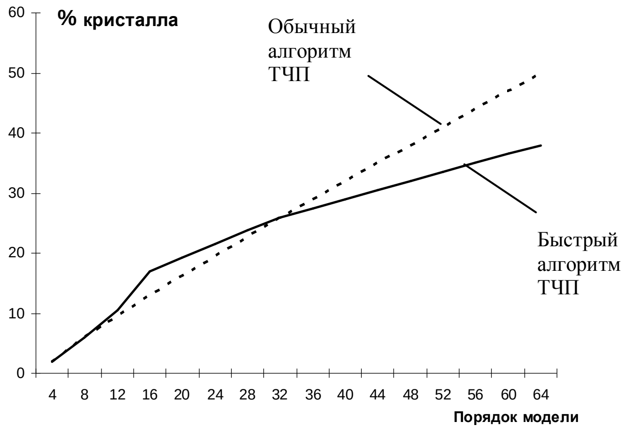

Рис.2. Зависимость относительных используемых ресурсов ПЛИС от порядка модели

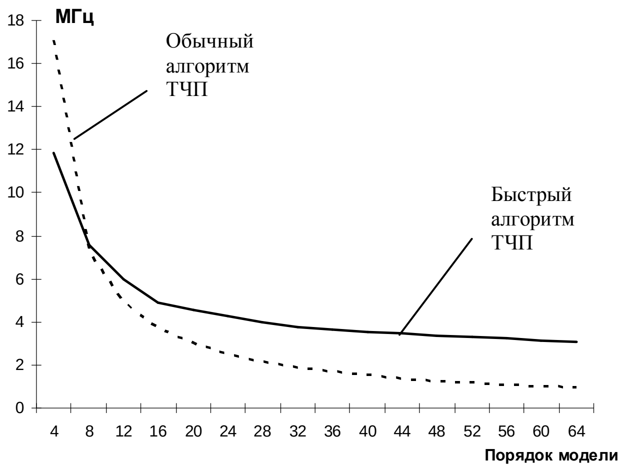

Рис. 3. Зависимость максимальной частоты следования отсчетов от порядка модели

Из рисунков видно, что быстрый алгоритм требует несколько меньше места на ПЛИС и работает существенно быстрее. Примечательно, что за счет распараллеливания вычислительных процессов внутри ПЛИС и оптимизации при синтезе схемы для больших размерностей может быть обеспечена более высокая частота следования отсчетов. Очевидно, что применение быстрого алгоритма оправдано при больших размерах порядка модели (>128). Увеличение порядка модели ведет, однако, к квадратичному увеличению объема памяти, что резко увеличивает долю использования кристалла.

Моделирование устройств вычисления ТЧП на основе ПЛИС показывает, что для больших N лимитирующим фактором является необходимость наличия значительных объемов внутрикристальной памяти для хранения данных и констант. Поэтому более перспективным представляется выделение отдельных запоминающих устройств, а ресурсы ПЛИС использовать для генерации адресов и вычислений «бабочек», что позволит реализовать на ПЛИС алгоритмы нахождения АКФ с использованием ТЧП с большими размерами порядка модели.

Список литературы: **1.** *Рабинер Л., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов.- М.:- Мир, 1990.- 850 с. **2.** *Ахмед Н., Рао К.Р.* Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов.- М.: Связь, 1980.- 248 с. **3.** *Ивашко А.В., Лунин Д.А.* Оценивание автокорреляционных функций с использованием теоретико-числовых преобразований. – Вестник НТУ «ХПИ». –.2005.- № 38, с. 50-54. **4.** *Макклелан Дж.Х.,Рейдер Ч.М.* Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 264с.